

□ Григорий Перельман. Математический детектив

□ Вашему вниманию предлагается почти детективная история о доказательстве гипотезы Пуанкаре – одной из фундаментальных задач математики, а также о чудесах социальной ловкости, продемонстрированных великими математиками. А ещё это история о величии духа.

Прежде чем перейти к основному содержанию ознакомимся вкратце с самой гипотезой, с перечнем закрытых Перельманом математических проблем, а также охарактеризуем персонажей, сыгравших основную роль в истории.

О самой гипотезе

Частный математический Институт Клэя получил широкую известность после объявления 24 мая 2000 г. списка из семи математических проблем тысячелетия. Эти проблемы определены как «важные классические задачи, решение которых не найдено вот уже в течение многих лет». За решение каждой из них предложен приз в один миллион долларов США.

Институт Клэя провёл параллель со списком 23-х математических проблем Гильберта, составленных в 1900 г. и оказавших в XX в. существенное влияние на математику. Большинство проблем из списка Гильберта уже решены. В список института Клэя перекочевала единственная из них – гипотеза Римана.

Одной из задач в списке института Клэя значилась гипотеза Пуанкаре. Её в 1904 г. сформулировал французский математик Анри Пуанкаре. В 2002-2003 гг. доказательство гипотезы было изложено Григорием Перельманом в серии статей и затем подтверждено математическим сообществом. Тем самым в 2006 г. гипотеза сменила статус на теорему Пуанкаре-Перельмана.

По состоянию на 2017 г. гипотеза Пуанкаре является единственной решённой задачей тысячелетия. За её решение в марте 2010 г. Григорию Перельману был присуждён пока единственный из обещанных миллионов. Ранее в 2006 г. ему присудили медаль Филдса – аналог Нобелевской премии для математиков. Обе награды Григорий Перельман принять отказался.

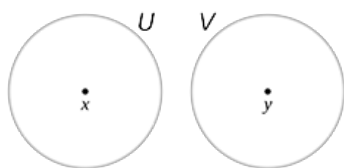
Следующий раздел справочный – в нём приведена полная формулировка гипотезы Пуанкаре. Раздел помечен *, обозначая, что знакомство с ним требует элементарного объёма знаний по высшей математике. Не желающие напрягаться могут безболезненно пропустить его и сразу перейти к следующему за ним разделу – упрощённой «бытовой» формулировке гипотезы Пуанкаре.

Полная формулировка гипотезы Пуанкаре

*]

Начнём с того, что топологическое пространство – это множество, обладающее структурой определённого типа, называемой топологией. Частным примером структуры является метрика – определённым образом заданное расстояние.

Для начала раскроем содержание трёх простых базовых понятий, используемых при формулировке гипотезы – «хаусдорфово пространство», «многообразие» и «гомеоморфизм».



Топологическое пространство X называется хаусдорфовым, если оно удовлетворяет сильной аксиоме отделимости – любым двум различным точкам x, y пространства X можно сопоставить их непересекающимися окрестности $U(x), V(y)$. В

частности, сильной аксиоме отделимости удовлетворяет евклидово пространство.

Многообразием называют всякое хаусдорфово топологическое пространство, каждая точка которого обладает окрестностью, гомеоморфной евклидову пространству. Иными словами, многообразие – это топологическое пространство, которое в каждой своей точке локально сходно с евклидовым, в том числе удовлетворяет сформулированной выше сильной аксиоме отделимости. Евклидово пространство является самым простым примером многообразия.

Гомеоморфизм – возможность взаимно однозначного и непрерывного отображения пространств друг в друга.

И ещё пара терминов. Многообразие называют односвязным, если любой замкнутый контур в нём можно непрерывно стянуть в точку. Многообразие называют многообразием без края, если каждой его точке можно сопоставить окрестность в виде трёхмерного шара (в терминах матанализа многообразие без края – открытое множество со структурой определённого типа).

Так вот, гипотеза Пуанкаре? утверждает, что всякое трёхмерное односвязное компактное (ограниченное) многообразие без края гомеоморфно трёхмерной сфере.

«Бытовая» формулировка гипотезы Пуанкаре

Если совсем упрощать, то гипотеза Пуанкаре утверждает, что любой ограниченный односвязный трёхмерный пространственный объект с точностью до деформации подобен сфере. Иными словами, всегда найдётся способ непрерывно деформировать такой объект в сферу.

Объект, напомним, называют односвязным, если любой замкнутый контур в нём можно стянуть в точку, не пересекая его границ. Так чашка, к примеру, не является односвязным объектом, поскольку внутри неё можно провести проходящий через ручку контур, который не стягивается в точку. Вот если отбить ручку, то она станет односвязной.

Завершение доказательства обобщённой гипотезы Пуанкаре

Обобщённая гипотеза Пуанкаре является расширением трёхмерного случая на n -мерное пространство и n -мерную сферу. Т.е. исходная гипотеза Пуанкаре является частным трёхмерным случаем обобщённой гипотезы, как оказалось, самым сложным для доказательства. Для многообразий размерностью четыре и выше к концу XX в. она была доказана. Майкл Фридман, получил медаль Филдса за доказательство гипотезы Пуанкаре для четырех измерений. Случай с $n=3$ оставался единственным недоказанным. Тем самым своей работой Григорий Перельман завершил доказательство обобщённой гипотезы Пуанкаре. Но это ещё не всё.

Важнейшая проблема, закрытая доказательством Перельмана

Посредством потоков Риччи (так называется метод, на который опирается доказательство) Григорий Перельман доказал куда более общую и значимую для математиков гипотезу геометризации Тёрстона. Последняя включает в себя гипотезу Пуанкаре в качестве частного случая.

Не то что объяснить, но даже сформулировать гипотезу Тёрстона весьма и весьма непросто. Привожу слова автора, у которого срисован излагаемый ниже отрезок текста с попыткой формулировки гипотезы Тёрстона – «сам себе напоминаю попугая, пытающегося старательно повторять слова хозяев, хотя бы с сохранением интонации»:

Около 1980 г. Уильям Тёрстон описал восемь однородных трёхмерных римановых геометрий – три постоянной кривизны и еще пять, однородных, но не изотропных. Суть гипотезы геометризации заключается в том, что всякое компактное трёхмерное многообразие можно определенным образом разрезать на куски, в каждом из которых можно ввести одну из восьми модельных геометрий.

Тем самым гипотеза геометризации закрывает вопрос о геометрии компактных трёхмерных многообразий.

Следующим разделом мы завершаем математическую часть заметки. Даже не обладая познаниями в высшей математике, его имеет смысл просмотреть по диагонали. Просто для самого общего представления, в чём заключался предложенный Перельманом метод.

Доказательства Перельмана

*]

Доказательство Перельмана опиралось на потоки Риччи. Потоки Риччи – это система дифференциальных уравнений в частных производных. Является нелинейным аналогом уравнения теплопроводности и описывает деформацию римановой метрики на многообразии. Система названа по аналогии с кривизной (тензором) Риччи в честь итальянского математика Риччи-Курбастро. Тензор Риччи задаёт один из способов описания кривизны многообразия, то есть степени отличия его геометрии от геометрии привычного для всех нас плоского евклидова пространства с нулевой кривизной. Заметим, что внутри нас предустановлено восприятие окружающего нас пространства как евклидова плоского (с постоянной нулевой кривизной).

Потоки Риччи позволяют деформировать многообразие (пространство), но в процессе деформации возможно образование сингулярностей – точек, в которых кривизна стремится к бесконечности. При подходе к сингулярности поток Риччи затыкается, и деформацию невозможно продолжить. Тогда поток останавливают и производят «хирургию» – выбрасывают малую связную область (вырезают «шею»). Две полученные дырки заклеивают двумя шарами, после чего метрика многообразия опять становится достаточно гладкой, чтобы продолжить деформацию.

Основной шаг доказательства состоял в тщательной классификации возникающих в трёхмерном случае сингулярностей. Классификация позволила заключить, что каждый «выброшенный кусок» диффеоморфен сфере (диффеоморфизм – взаимно однозначное гладкое, т.е. непрерывно дифференцируемое отображение), поэтому замены восстанавливали гладкость пространства. Описанный здесь процесс доказательства, получил название «потоки Риччи с хирургией» или метод Риччи-Перельмана.

Два важных персонажа истории

Процесс подтверждения доказательства гипотезы Пуанкаре сопровождался практически детективной историей – попыткой оттеснить автора и присвоить его доказательство. В истории помимо самого Григория Перельмана присутствовала ещё пара важных персонажей.

Первый – Ричард Гамильтон, американский математик. Умный, очень умный. Он положил начало подходу, который в дальнейшем развил Григорий Перельман. Именно Гамильтон в своих исследованиях по топологии многообразий впервые ввёл в рассмотрение потоки Риччи. Не жадный. Перельман, прочтя статьи Гамильтона, отправился послушать его лекцию. После одной из них Перельман, поборов свою застенчивость, поговорил с Гамильтоном. "Мне было очень важно расспросить его кое о чём", – вспоминал Перельман. "Он улыбался и был очень со мной терпелив. Даже рассказал пару вещей, которые были опубликованы им только несколько лет спустя. Он, не задумываясь, делился со мной. Мне очень понравились его открытость и щедрость. Могу сказать, что в этом Гамильтон был не похож на большинство других математиков".

Второй персонаж – ещё один неслабый математик Яу Шин-Тан. Единственный китаец, награждённый медалью Филдса. Очень жёсткий, честолюбивый, упорный. Имеет большие связи в руководстве Китая. Учитель многих китайских математиков, в том числе очень талантливых. Организатор, шоумен. Способен круглыми сутками работать над решением проблемы. Если надо, очарует кого угодно.

Главным вкладом Яу в математику стало доказательство гипотезы Калаби на классе многообразий, которые с той пор получили название многообразия Калаби-Яу. Эта теорема имела большое значение для математической физики – стала фундаментом для теории струн. Яу решительно хотел сохранить за собой статус лидера в топологии многообразий. Для доказательства гипотезы Пуанкаре очаровал и привлек Ричарда Гамильтона, установил с ним тёплые отношения. Не помогло. Возможно, именно проявленная Яу страсть в гонке за приоритетом и работа на износ стали той ширмой, которая в итоге заслонила от него доказательство. Прозрение требует незамутнённости сознания и свежести ума.

По оценкам того же Перельмана, сотрудничая с Яу Шин-Таном, Ричард Гамильтон заметно замедлился в своих исследованиях, столкнувшись с непреодолимыми техническими трудностями. По мнению Перельмана, Гамильтон не имел новых прорывных идей для преодоления сингулярностей в потоках Риччи, начиная уже с 1992 г., а может и ранее того.

Теперь сама история.

Многообразная судьба

[Статья «Многообразная судьба» Сильвии Насар и Дэвида Грубера](#), Нью Йоркер, 21 августа 2006г., посвящена легендарной задаче и битве за приоритет. Сильвия Назар экономист и профессор журналистики, Дэвид Грубер работает в области научной журналистики. В статье они анализируют не саму гипотезу и её доказательство, а сложные взаимоотношения внутри международного математического сообщества, поднимают вопросы, связанные с научной и деловой этикой в среде современных учёных. В процессе написания статьи авторам удалось в июне 2006 г. взять у Перельмана интервью.

В оригинальном названии статьи «Manifold Destiny» заключена игра слов: Manifold переводится как многообразный, многообразиие, Destiny – судьба. Многообразиие, напомним, – общее название класса топологических пространств, с которыми оперировал Григорий Перельман.

Яу Шин-Тан не вникал в то, что работа Гамильтона над задачей Пуанкаре застопорилась. Китайского математика в это время всё больше беспокоило его собственное положение в науке, особенно у себя на родине, где, как он опасался, место уходящего Чжэня – патриарха китайской математики – мог попытаться перехватить более молодой учёный. Несмотря на то, что новые статьи Яу постоянно выходили в свет, с момента публикации его последней значительной работы прошло более десяти лет. "Яу хочет быть королем геометрии", сказал Майкл Андерсон, геометр из университета Стони Брукс. "Он считает, что всё должно исходить от него, что он должен иметь полный контроль. Ему не нравятся вторжения на его собственную территорию". Полный решимости удержать за собой ведущие позиции, Яу поощрял своих учеников браться за большие задачи. В Гарварде под его руководством проходил исключительно сложный семинар по дифференциальной геометрии – три часа в день, три раза в неделю. Каждому студенту было выдано недавно опубликованное доказательство с заданием досконально в нём разобраться, найти возможные нестыковки и заполнить пробелы.

В математике существует два способа заработать признание вклада в науку. Первый – это предложить новое доказательство. Второй – найти существенный пробел в чужом доказательстве и предложить свой способ заполнения этого пробела. Однако, только истинные математические пробелы (пропущенные или ошибочные доводы) могут рассматриваться как повод для заявки на оригинальность исправленного решения. Простое заполнение пробелов в изложении доказательства (сокращений или аббревиатур, сделанных чтобы повысить эффективности доказательства) в счёт не идёт, как и преобразование неявных шагов доказательства в явные. Само доказательство в этом случае считается правильным и полным.

Порой бывает очень трудно провести границу между математической ошибкой и пробелом в изложении. По крайней мере, однажды Яу и его ученики уже сделали заявку на оригинальное решение, которую другие математики оценивают как необоснованную. В 1996 г. Александр Гивенталь, молодой геометр из Беркли, доказал гипотезу о зеркальной симметрии, являющуюся фундаментальной в теории струн. Несмотря на то, что другие математики нашли теорему весьма трудной для понимания, они были вполне уверены, что Гивенталь смог решить эту задачу. Как выразился один геометр: "В то время никто не говорил, что доказательство является неполным или неверным".

Осенью 1997 г. бывший студент Яу Кифенг Лю, преподававший в Стэнфорде, прочёл в Гарварде лекцию о зеркальной симметрии. По свидетельству двух геометров, присутствовавших на конференции, Лю, представив доказательство поразительно похожее на доказательство Гивенталю, сказал, что это решение было опубликовано им в соавторстве с ещё одним учеником Яу и самим Яу. "Лю упомянул Гивенталю, но только как одного из тех, кто занимался исследованиями в этой области", – сказал один из геометров. Лю до сих пор утверждает, что его доказательство значительно отличается от представленного Гивенталем.

Примерно в это же время Гивенталь получил письмо, подписанное Яу и его коллегами. В нём говорилось, что авторы письма не смогли разобраться в выкладках Гивенталья, нашли его систему обозначений крайне запутанной и были вынуждены разработать своё собственное доказательство. Авторы превозносили Гивенталья за его "блестящую идею" и писали, что "ваш важный вклад будет упомянут в окончательной версии нашей статьи".

Спустя несколько недель, статья озаглавленная "Зеркальный принцип I" была опубликована в Азиатском Математическом Журнале, в редколлегию которого входит и Яу. В этой статье Яу и его соавторы описывают достигнутый ими результат как "первое полное доказательство" зеркальной гипотезы. Работа Гивенталья упоминается только вскользь. "К сожалению", – пишут они, его доказательство "изученное видными учёными, является неполным". Вместе с тем они не привели ни одного конкретного примера подлинного математического пробела в доказательстве Гивенталья.

Гивенталь был ошарашен. "Я хотел узнать, в чём состояло их возражение", – рассказал он нам. "Я не хотел их ни в чём обвинить и не пытался обелить себя". В марте 1998 г. он опубликовал статью со сноской на трёх страницах, в которой перечислил целый ряд совпадений между своей работой и доказательством Яу. Ещё через несколько месяцев другой молодой учёный из Чикагского университета, которому было поручено исследовать предмет спора, пришёл к выводу, что доказательство Гивенталья было полным. Яу утверждает, что он и его коллеги работали над доказательством в течение многих лет и пришли к своему результату независимо от Гивенталья. "У нас были свои идеи, и мы изложили их на бумаге", – говорит он.

Примерно в это же время в 2000 г. произошел первый серьёзный конфликт между Яу с одной стороны и Чженем (китайский патриарх), а также руководством китайской математической науки с другой. На протяжении многих лет Чжень пытался организовать проведение конгресса Международного Математического Сообщества в Пекине. По словам некоторых членов ММС Яу в последний момент предпринял попытку перенести конгресс в Гонконг. Ему не удалось убедить достаточное количество коллег в своей правоте, и конгресс состоялся, как и было запланировано, в Пекине. Яу отрицает, что он когда-либо совершал такую попытку.

В тот период Яу не думал о задаче Пуанкаре. Он был уверен в Гамильтоне, несмотря на то, что тот продвигался очень медленно. "Гамильтон – очень хороший друг", – рассказывал нам Яу в Пекине. "Он больше чем друг. Он герой. Он очень изобретательный. Мы с ним работали над завершением доказательства. Гамильтон работал над ним в течение двадцати пяти лет. Когда работаешь – устаёшь. Он, наверное, немного устал – а когда устаёшь, хочется немного отдохнуть".

Двенадцатого ноября 2002 г. Яу получил e-mail от русского математика, чьё имя не вызвало у него никаких ассоциаций. "Позвольте представить вашему вниманию мою статью", – говорилось в письме. В предшествующий день одиннадцатого ноября Перельман выложил все тридцать девять страниц новой статьи под названием "Формула энтропии для потоков Риччи и её геометрические приложения" на сайте arXiv.org. Этот сайт используется математиками для публикации препринтов – материалов, ожидающих публикации в специализированных изданиях. После этого Перельман разослал конспект статьи десяти математикам из Соединенных Штатов – в том числе Гамильтону, Тяну и Яу. Перельман писал, что сделал "набросок эклектичного доказательства" гипотезы геометризации.

Никто из них не получал от Перельмана никаких известий на протяжении нескольких лет. Перельман никому не рассказывал, что работает над доказательством. "У меня не было друзей, с которыми я бы мог его обсудить", – сказал он нам в Санкт-Петербурге. "Я не хотел обсуждать мою работу с кем-то, кому я не доверяю". Эндрю Уайлс также держал в секрете свою работу над теоремой Ферма, но у него был друг-математик, проверивший доказательство до его обнародования. Перельман, походя опубликовавший в интернете доказательство одной из величайших теорем математики, не только презрел сложившиеся академические традиции, но и пошёл на большой риск. Если бы в доказательстве были обнаружены серьёзные недочеты, то Перельман был бы публично опозорен. Кроме того, ничто не помешало бы другому математику исправить обнаруженные ошибки и объявить о своём приоритете в решении гипотезы Пуанкаре. Однако Перельман сказал, что его это не слишком волновало. "Я полагал так: если бы я где-то допустил ошибку, и кто-то другой смог бы предложить корректное доказательство, опираясь на мои результаты – меня бы это только порадовало. Я никогда

не ставил своей целью в одиночку решить задачу Пуанкаре".

Ганг Тянь получил e-mail от Перельмана в своем офисе в MIT. Тянь и Перельман были дружны в 1992 году, когда они оба находились в Нью-Йоркском университете и вместе посещали еженедельный семинар в Принстоне. "Я сразу понял, насколько важна эта статья", – сказал Тянь о письме Перельмана. Тянь немедленно начал изучать статью и обсуждать её с коллегами, которых эта статья в равной степени взволновала.

Через неделю девятнадцатого ноября геометр Виталий Капович отправил Перельману e-mail:

"Привет, Гриша.

Прости за беспокойство, но тут многие задают вопросы о твоём препринте "Энтропийная формула потоков Риччи ...". Правильно ли я понимаю, что, хотя тебе не удалось произвести все шаги программы Гамильтона, ты смог совершить достаточное количество, чтобы, используя некоторую теорему сходимости, доказать теорему геометризации? Виталий".

Ответ Перельмана, полученный на следующий день, был краток:

"Да, это так. Гриша".

Выложенная Перельманом в интернете статья была на самом деле только первой частью доказательства. Но для математиков было достаточно и этого, чтобы понять, что Перельману удалось решить задачу Пуанкаре. Барри Мазур, математик из Гарварда, описывая решение Перельмана, использовал сравнение с погнутом автомобильным крылом. "Представьте, что у вашей машины погнуто крыло, и вы звоните в автомастерскую, чтобы узнать, как вам его выпрямить. Вам будет очень трудно объяснить это автомеханику по телефону. Придётся приехать в мастерскую, чтобы механик смог исследовать повреждение. Только после этого он сможет сказать, в каком месте по крылу нужно постучать. Гамильтон ввел понятие, а Перельман завершил описание процедуры, которая работает независимо от вида повреждения. Поток Риччи, будучи применен к любому трехмерному пространству, сгладит все шероховатости и выпрямит все выбоины. Автомеханику даже не потребуется смотреть на вашу машину – достаточно будет просто применить уравнение". Перельман доказал, что "сигары" (название сингулярностей), особенно беспокоившие Гамильтона, на самом деле не могут образоваться под воздействием потоков Риччи. Проблема "перешейков" оказалась решаемой с помощью серии сложных хирургических манипуляций – вырезания сингулярностей и латания неровных краев. "В результате мы получили инструмент, с помощью которого возможно сглаживать неровности и в критических ситуациях контролировать разрывы", – сказал Мазур.

Тянь ответил Перельману, пригласив прочесть курс лекций по статье в Массачусетском технологическом институте. Подобные предложения пришли и от коллег из Принстона и Стоуни Брук. Перельман принял все приглашения, запланировав целый месяц лекций, начиная с апреля 2003 г. "Почему бы и нет?", – пожал плечами, сказал нам Григорий Федор Назаров, математик из университета штата Мичиган, сказал о математиках в целом: "После того как решишь задачу, появляется жгучее желание о ней рассказать".

Математическое сообщество и пресса рассматривали апрельскую серию лекций Перельмана как исключительно важное событие. На лекции в Принстоне присутствовали Джон Болл, Эндрю Уайлс, доказавший теорему Ферма, Джон Форбс Нэш-младший, доказавший теорему вложения Римана и Джон Конвей, изобретший клеточный автомат-игру "Жизнь". К огромному удивлению большинства присутствовавших, Перельман ни словом не обмолвился о задаче Пуанкаре. "Человек доказал одну из величайших теорем математики и ни разу её не упомянул", – рассказывал Фрэнк Куинн, математик из Вирджинского технологического. "Он обозначил некоторые ключевые моменты и особые свойства своей работы и перешёл к ответам на вопросы. Он упрочивал свою репутацию. Если бы он начал бить себя в грудь и кричать 'Я решил её!', он столкнулся бы с сильным противодействием со стороны аудитории". Фрэнк Куинн добавил: "Люди пришли посмотреть на диковинку. Перельман был гораздо более нормальным, чем они ожидали".

Перельман был разочарован тем, что Гамильтон не пришёл ни на первую лекцию, ни на лекцию в Стони Брук. "Я являюсь последователем Гамильтона, хотя и не получил его благословения", – сказал нам Перельман. Однако на лекции в Стони Брук присутствовал Джон Морган, математик из Колумбийского университета, где в то время преподавал Гамильтон. После лекции Морган пригласил Перельмана прочесть лекцию и в его университете. Перельман, надеясь встретить там Гамильтона, согласился. Гамильтон опоздал к началу лекции и не задал ни одного вопроса – ни во время долгой дискуссии, последовавшей за лекцией, ни после неё во время совместного обеда. "У меня сложилось впечатление, что Гамильтон прочёл только первую часть моей статьи", – признался Перельман.

Заявление Перельмана потрясло Гамильтона и Яу Шин-Тана. "Нам казалось, что найти решение не под силу никому", – сказал нам Яу в Пекине. "Но в 2002 г. Перельман объявил о публикации результата. То, что он сделал, по существу представляло собой краткое описание решения; он не привёл подробных выкладок, как это сделали мы". Более того, пожаловался Яу, доказательство Перельмана "было настолько запутанным, что мы ничего не поняли". Комментарии Яу Шин-Тана один в один копируют те, что сопровождали историю с доказательством Александром Гивенталем гипотезы о зеркальной симметрии.

В номере журнала Science, увидевшем свет 18 апреля 2003 г., появилась статья, посвящённая доказательству Перельмана с комментариями Яу Шин-Тана. В ней говорилось: "Многие, хотя и не все эксперты убеждены, что Перельману удалось "затушить" все "сигары" и обуздать узкие "перешейки". Но они вовсе не уверены, что Перельман может контролировать число хирургических операций, необходимых для сглаживания сингулярностей. Эта проблема может оказаться критической для всего решения, предупреждает Яу, отмечая, что многие попытки доказать гипотезу Пуанкаре потерпели неудачу именно из-за пропущенных звеньев в логике доказательства". К любому доказательству, сказал нам Яу в своём интервью, необходимо относиться скептически, пока эксперты досконально в нём не разберутся. А до тех пор, сказал Яу, "это не математика, а религия".

К середине июля 2003 г. Перельман выложил в интернете остальные две части своей статьи, и математики начали скрупулезный процесс изучения доказательства, шаг за шагом проверяя логику. В Соединённых Штатах проверкой занимались как минимум две команды экспертов: Ганг Тянь, конкурент и ученик Яу, совместно с Джоном Морганом и пара исследователей из Мичиганского университета. Оба проекта получили поддержку института Клэя, планировавшего издать результат Тяня и Моргана в виде отдельной книги. Эта книга должна была послужить руководством для других математиков, пытающихся понять логику доказательства Перельмана. Кроме того, книга могла послужить основанием для вручения Перельману миллиона долларов – приза, учреждённого институтом Клэя за решение задачи Пуанкаре. Для получения приза необходимо, чтобы доказательство было опубликовано в специализированном журнале. Также доказательство должно было выдержать двухгодичную проверку со стороны математического сообщества.

В июле того же 2004 г. Национальный Фонд Науки США выделил на изучение открытия Перельмана около миллиона долларов в виде грантов – Гамильтону, Яу и нескольким ученикам Яу. Вокруг задачи Пуанкаре и попыток её решения сформировалась целая отрасль математики, и теперь эта отрасль находилась на грани исчезновения. Майкл Фридман, получивший Филдсовскую медаль за доказательство задачи Пуанкаре для четырёх измерений, в интервью Таймс сказал, что доказательство Перельмана вызвало "тихую грусть в сердцах исследователей именно этой ветви топологии". Юрий Бураго сказал: "Доказательство закрывает целую отрасль математики. После него многим учёным придется переключиться на исследования в других областях".

Прошло более года после прочтения курса лекций и возвращения Григория в Санкт-Петербург, когда 10 сентября 2004 г. он получил по e-mail длинное письмо от Тяня, в котором тот рассказывал о своём участии в двухнедельном семинаре в Принстоне, посвящённом доказательству Перельмана. "Мне кажется, что нам удалось понять всю статью до конца", – писал Тянь, – "с ней всё в полном порядке".

Перельман не ответил Тяню. Он прокомментировал нам, что "не очень беспокоился по этому поводу. Некоторым людям требуется время, чтобы осознать, что великая гипотеза Пуанкаре перестала быть гипотезой. Я решил, что для меня будет правильным не участвовать в процессе подтверждения доказательства и во всех этих обсуждениях. Для меня было важным

не вмешиваться в процесс".

3 декабря 2004 г. умер Чжень и борьба Яу Шин-Тана за признание именно его, а не Ганг Тяна преемником Чжэня приобрела ожесточённый характер. "Весь вопрос в том, кто из них станет признанным лидером не только в Китае, но и среди китайцев за рубежом", – рассказывал Джозеф Кон, бывший декан математического факультета Принстона. "Яу завидует не научным достижениям Тяна, а его влиянию в Китае".

После бегства ещё в раннем детстве Яу его родителей из Китая в Гонконг он никогда не гостил на родине более нескольких месяцев кряду. Тем не менее, у него не было сомнений, что статус единственного китайца обладателя Филдсовской медали гарантирует ему место преемника Чжэня. В своей речи, произнесенной летом 2004 г. в Чжецзянском университете города Ханьчжоу, Яу напомнил слушателям о своих китайских корнях. "В тот момент, когда я вышел из самолета и коснулся пекинской земли, я преисполнился великой радости от возвращения на Родину", – сказал он. "Я горд, что в момент получения Филдсовской медали у меня не было паспорта ни одной страны, следовательно, я мог по праву считаться гражданином Китая".

Летом 2005 г. Яу перешёл в наступление. Он вернулся в Китай и в серии интервью, данных им китайским журналистам, атаковал Тяна и математиков из Пекинского университета. В статье, опубликованной в Пекинской научной газете под заголовком "Яу Шин-Тан критикует коррупцию в академических кругах Китая", Яу назвал Тяна "запутавшимся человеком". Он обвинил его в том, что тот занимает несколько профессорских постов одновременно, а также в том, что за свою работу в течение нескольких месяцев он получил гонорар в размере ста двадцати пяти тысяч долларов, в то время как студенты получали всего сто долларов в месяц. Яу также обвинил Тяна в получении стипендий за сомнительные заслуги, в плагиате и в принуждении студентов к вписыванию его имени в качестве соавтора статей. Яу объяснил интервьюеру, что был вынужден выступить с таким разоблачением. "В его неподобающем поведении есть часть и моей вины", – сказал Яу, – "ведь это я помог ему взобраться на самую вершину научной славы".

В другом интервью Яу рассказывал, как в 1988 г. Филдсовская наградная комиссия вычеркнула имя Тяна из списка и как он, Яу, отстаивал интересы своего ученика в многочисленных призовых комитетах, включая Национальный Фонд Науки, который в 1994 г. наградил Тяна пятьюстами тысячами долларов.

Тян был поражен нападками Яу, но, будучи его учеником, чувствовал себя не вправе отвечать. "Его обвинения беспочвенны", – сказал нам Тян. При этом добавил: "Мои корни – в китайской культуре. Учитель всегда остаётся учителем. Есть такая вещь как уважение. Я не знаю, что мне делать в подобной ситуации".

Весной 2003 г., после того как Перельман закончил свой цикл лекций в университетах США, Яу поручил разбор доказательства Перельмана Чжу, своему ученику и протеже, занимавшему пост декана математического факультета в университете Сунь Ятсена, и другому своему ученику Хуай-Донг Као, профессору университета Лихай. Чжу и Као изучали потоки Риччи под руководством Яу, который считал одного из них, Чжу, весьма многообещающим математиком. "Нам надо проверить, не расползается ли доказательство Перельмана по швам", – сказал им Яу. Находясь летом 2005 г. в Китае, Яу встретился с Си-Пинь Чжу. Затем на период 2005-2006 гг. он устроил для Чжу стажировку в Гарварде. Сам Яу начал вести семинар по доказательству Перельмана и совместно с Чжу и Као продолжил работу над собственной статьёй.

Тринадцатого апреля 2006 г. тридцать один член редколлегии Азиатского Математического Журнала получили короткий e-mail, подписанный Яу и одним из редакторов журнала. В письме говорилось, что в распоряжении редколлегии есть три дня, чтобы выразить своё мнение о статье Чжу и Као под названием "Теория Гамильтона-Перельмана о потоках Риччи: гипотеза геометризации и задача Пуанкаре", которую Яу планировал опубликовать в журнале. Письмо не содержало ни копии статьи, ни её конспекта, ни рецензий экспертов. Как минимум один из членов редколлегии попросил статью для ознакомления, но получил ответ, что её текст временно недоступен. Шестнадцатого апреля Као получил сообщение от Яу, в котором говорилось, что статья принята для публикации в АМЖ, конспект статьи был выложен на веб-сайте журнала.

Месяц спустя Яу встретился за обедом в Кембридже с Джимом Карлсоном, президентом института Клэя. Яу предложил

Карлсону рукопись Као и Чжу в обмен на рукопись Тяна и Моргана. Он сообщил Карлсону, что опасается того, что Тян попытается украсть часть работы Као и Чжу. Яу хотел предоставить обеим группам одновременный доступ к результатам работы друг друга. "Я встретился с Карлсоном и предложил произвести обмен рукописями, чтобы гарантировать, что никто не сможет скопировать чужие результаты", – сказал Яу. Карлсон колебался, сказав, что институт Клэя ещё не получил полную рукопись от Тяна и Моргана.

К концу следующей недели название статьи Чжу и Као на сайте АМЖ было изменено на "Полное доказательство гипотезы Пуанкаре и геометрической гипотезы: применение теории Гамильтона-Перельмана о потоках Риччи". Конспект статьи был также пересмотрен. В нём появилось новое пояснение: "Это доказательство должно рассматриваться как заключительное достижение теории Гамильтона-Перельмана о потоках Риччи".

В статье Чжу и Као было более трёхсот страниц, она заняла практически весь июньский номер АМЖ за 2006г. Большая часть статьи была посвящена реконструкции результатов, полученных Гамильтоном с помощью потоков Риччи, включая те из них, которые Перельман использовал в своём доказательстве. Статья содержала также значительную часть самого доказательства Перельмана. Во вступлении к статье Чжу и Као отдадут должное Перельману за то, что он "предложил ряд свежих идей, призванных помочь преодолеть основные препятствия, остававшиеся в программе Гамильтона". Однако, пишут они, им пришлось "заменить некоторые ключевые аргументы доказательства Перельмана собственными разработками, в силу того, что логика этих аргументов, ключевых для завершения программы геометризации, оказалась нам непонятна".

Математики, знакомые с доказательством Перельмана, оспорили утверждение Чжу и Као о том, что им удалось внести значительный вклад в доказательство гипотезы Пуанкаре. "Перельман уже доказал гипотезу Пуанкаре и его доказательство было полным и корректным", – сказал Джон Морган, – "я не увидел в их работе ничего нового".

Не откладывая, в июне Яу начал публично рекламировать доказательство Чжу и Као. Третьего июня он созвал пресс-конференцию в своём математическом институте в Пекине. Исполняющий обязанности директора института, пытаясь объяснить относительный вклад различных математиков, работавших над задачей, сказал следующее: "Вклад Гамильтона составляет более пятидесяти процентов, русский Перельман сделал около двадцати пяти процентов работы, китайцы Яу, Чжу, Као и другие – около тридцати процентов". Простое сложение процентов, очевидно, может оказаться не по зубам даже математикам. Яу добавил: "Принимая во внимание сложность задачи Пуанкаре, тридцатипроцентное участие китайских математиков – это очень много. Это очень важный вклад".

В этом месте мы на минутку отвлечёмся от статьи «Manifold Destiny», дабы проиллюстрировать суждения Яу Шин-Тана о приоритетах в доказательствах теорем в тот момент, когда он выбирал свой жизненный путь в математике. Его взгляды приведены в совместной с Надисом Стивом книге «Теория струн и скрытые измерения вселенной»:

«Мой руководитель Черн вернулся из поездки на восточное побережье взбудораженным, поскольку услышал от известного принстонского математика Андре Вейля, что так называемая гипотеза Римана, сформулированная ещё столетие назад, возможно, скоро будет решена (напомним, та гипотеза, которая переключалась из списка Гильберта в список проблем тысячелетия института Клэя). Риман предположил, что частота появления простых чисел описывается сложной дзета-функцией, в частности, что она соответствует расположению нулей функции. Утверждение Римана подтверждено для более чем миллиарда нулей дзета-функции, но строгого доказательства так и не получено.

Если бы мне посчастливилось решить задачу, это прославило бы мое имя на всю оставшуюся жизнь. Впрочем, я не испытывал энтузиазма от предложения Черна. Гипотеза Римана не волновала меня, а чтобы решить столь грандиозную задачу необходимо, по крайней мере, быть ею взволнованным. Отсутствие страсти, естественно, заметно уменьшало мои шансы на решение, поэтому если бы я работал над доказательством гипотезы Римана, то вполне возможно, что и спустя много лет мне нечего было бы сказать по этому вопросу. Вдобавок мне уже были известны некоторые области геометрии, в которых я мог достигнуть определённых результатов, хотя, возможно, и не столь впечатляющих.

Это чем-то похоже на рыбалку. Если тебе достаточно и маленькой рыбки, ты получишь удовольствие, если поймешь хоть что-то. А вот если ты собираешься поймать самую большую из рыб, которую когда-либо ловили, – эдакое мифическое создание, существующее только в легендах, – то, скорее всего, придёшь домой с пустыми руками. Уже прошло тридцать пять лет, а гипотеза Римана по-прежнему остаётся недоказанной. Как говорят математики: то, что доказано на 90 процентов, на самом деле не доказано».

Относительно математических доказательств данная логика является единственно верной: доказательство либо получено на 100%, либо его нет вовсе. Это точно также как женщина не может быть беременной на 90%. Если следовать данной логике, то единственным автором доказательства гипотезы Пуанкаре является Григорий Перельман. Её не доказали ни Ричард Гамильтон, предложивший метод деформации многообразий (пространств), ни Яу Шин-Тан сотоварищи, представившие несколько иную проекцию логики Перельмана. Поведение Яу Шин-Тана единственно продемонстрировало гибкость его социальной логики и эластичность моральных принципов. Отметим, что и логика, и принципы, тоже могут быть только жёсткими и полными. Как и доказательство, они либо есть на 100%, либо их нет вовсе.

Двенадцатого июня, за неделю до начала организованной Яу в Пекине конференции по теории струн, газета South China Morning Post сообщила: "Китайские математики, помогшие решить 'математическую задачу тысячелетия', представят свою методологию и результаты исследований физик Стивену Хокингу ... Яу Шин-Тан, организовавший визит профессора Хокинга, также являющийся учителем профессора Као, вчера сообщил, что собирается познакомить Хокинга с этими результатами, поскольку полагает, что они могут помочь в исследовании процессов формирования чёрных дыр".

Утром, перед началом своей лекции в Пекине, Яу сказал нам: "Мы хотим, чтобы наш вклад был понят. Это также является стимулом для Чжу, который сейчас в Китае и который проделал великолепную работу. Я имею в виду – важную работу с проблемой столетней давности, решение которой может иметь последствия на протяжении ещё нескольких сотен лет. Если есть возможность как-либо ассоциировать с этим своё имя – то это является важным вкладом".

Э.Т. Белл, автор остроумной книги "Люди Математики", опубликованной в 1937 г., сокрушался о "мелких дрязгах по поводу пальмы первенства, пятнающих историю науки". Однако в те давние времена, когда не было ни блогов, ни e-mail, ни веб-сайтов, люди соблюдали правила внешнего приличия. В 1881 г. у Пуанкаре, работавшего в Канском университете, возник конфликт с Феликсом Клейном, немецким математиком из Лейпцига. Пуанкаре опубликовал несколько статей, в которых описал определённый класс функций, назвав их "фуксовыми", в честь другого математика. Клейн отправил Пуанкаре письмо, в котором отметил, что и он сам и ряд других математиков тоже проделали значительную работу в исследовании этих функций. Между Пуанкаре и Клейном завязалась вежливая переписка. Последними словами Пуанкаре, произнесёнными по этому поводу, было гётевское "Name ist Schall und Rauch", что в приблизительном переводе соответствует шекспировскому "Что в имени тебе моём?".

Этот вопрос, по существу, задают себе и друзья Яу. "Меня начинает выводить из себя то, что Яу чувствует необходимость во всё большем числе признаний своих заслуг", – сказал Дэн Струк из МПГ. "За время своей карьеры он совершил массу великолепных открытий, за которые им были получены не менее великолепные награды. Он выиграл все мыслимые и немыслимые призы. Его стремление нажиться и на этой истории выглядит несколько недостойным". Струк указал на тот факт, что двадцать пять лет назад Яу сам был в похожей ситуации. Наиболее выдающееся открытие Яу, многообразия Калаби-Яу, имело огромное значение для теоретической физики. "Калаби изложил основные принципы программы", – сказал Струк, "В каком-то смысле Яу был Перельманом Калаби. Теперь он находится по другую сторону баррикад. Он не испытывает ни малейших угрызений совести, когда ему приписывают основную заслугу в исследовании многообразий Калаби-Яу. Но сейчас он, похоже, возмущен тем, что Перельману отдают должное за завершение программы Гамильтона. Не знаю, приходила ли ему в голову такая аналогия".

Математика в большей степени, чем другие научные дисциплины, опирается на сотрудничество учёных. Большинство задач математики для своего разрешения требует усилий нескольких человек. В этой области науки были выработаны критерии оценки индивидуального вклада каждого учёного, работавшего над задачей – критерии не менее строгие, чем сами математические законы. Как заметил Перельман: "Если все честны, то обмен идеями – совершенно естественное

явление". Многие математики рассматривают поведение Яу в случае с гипотезой Пуанкаре как нарушение базовой этики и беспокоятся о том ущербе, который был нанесён математике в целом. "В математическом сообществе нет места политике, власти, контролю, они угрожают нарушить чистоту нашей области науки", – сказал Филлип Гриффитс.

Перельман любит ходить на оперные представления в Мариинском театре в Санкт-Петербурге. С того места где он сидит – на самом верху, на галерке – нельзя разглядеть выражения лиц исполнителей и детали их костюмов. Но Григория интересуют только их голоса. По его словам, акустика там, где находится его место, лучшая в театре. С похожей отстранённостью Перельман взирал на науку и на большую часть окружающего мира.

Чтобы взять у Перельмана интервью, мы прибыли в Санкт-Петербург 23 июня 2006 г. Незадолго до этого мы отправили несколько сообщений по e-mail на адрес Григория в институте Стеклова, надеясь организовать нашу встречу. Ответа от Перельмана мы не получили. Мы поймали такси и доехали до дома Григория, но, не желая вторгаться в его личную жизнь, не стали его беспокоить. Мы оставили в его почтовом ящике сборник статей Джона Нэша и карточку, на которой написали, что будем ожидать его на следующий день на детской площадке неподалеку. Перельман на эту встречу не пришёл, и мы оставили в его почтовом ящике коробочку чая из тапиоки и записку с некоторыми вопросами, которые мы надеялись с ним обсудить. Мы повторили этот ритуал ещё раз. В конце концов, будучи уверенными, что Перельмана нет в городе, мы позвонили в дверь его квартиры, надеясь поговорить хотя бы с его матерью. Женщина, открывшая нам дверь, пригласила нас внутрь. В тускло освещённом коридоре нам навстречу вышел Перельман. Оказалось, что он не проверял свой e-mail в Стекловке в течение нескольких месяцев и всю неделю не брал почту из ящика. Он понятия не имел, кто мы такие.

Мы договорились встретиться следующим утром, в десять часов на Невском проспекте. Перельман, одетый в спортивную куртку и лёгкие мокасины, устроил нам четырехчасовую пешую экскурсию по городу, рассказывая о каждом встреченном здании и комментируя открывающиеся виды. После этого мы отправились на конкурс вокалистов, проходивший в Петербургской консерватории, и провели там около пяти часов. Перельман несколько раз повторил, что расстался с математическим сообществом и больше не считает себя профессиональным математиком. Он упомянул об одном эпизоде из прошлого, когда у него произошел спор с коллегой по поводу авторства одного доказательства. Перельмана привели в ужас расплывчатые представления об этике, царившие в математике. "Чужаками считаются не те, кто нарушает этические стандарты в науке", – сказал он. "Люди подобные мне – вот кто оказывается в изоляции". Мы спросили Григория, читал ли он статью Као и Чжу. "Мне не совсем понятно, в чём состоит новизна их доказательства", – сказал Перельман. "По-видимому, Чжу не смог понять часть моих выкладок и ему пришлось их переработать". По поводу Яу Перельман сказал: "Не могу сказать, что я возмущён его поведением. Есть люди, поступающие гораздо хуже. Разумеется, существует масса более или менее честных математиков. Но практически все они – конформисты. Сами они честны, но они терпят тех, кто не являются таковыми".

Перспектива получения Филдсовской медали заставила Григория окончательно порвать с математикой. "Пока я оставался незаметным, у меня был выбор", – объяснил Перельман. "Либо крепко всем насолить (поднять шумиху по поводу нечистоплотных методов в науке), либо промолчать и терпеть отношение к себе как к домашней собачке. Теперь, когда я превратился в очень заметную персону, я не смогу и дальше молчать. Вот почему я был вынужден уйти". Мы спросили Перельмана, не думает ли он, что его отказ от Филдсовской медали и уход из науки лишают его возможности повлиять на состояние дел в математике. "Я не политик!", – сердито ответил Перельман. Григорий не стал отвечать на вопрос, распространяется ли его отказ от наград и на приз в один миллион долларов, назначенный институтом Клэя. "Я не буду принимать никакого решения до тех пор, пока награда не будет предложена", – сказал он.

Михаил Громов, русский геометр, сказал, что понимает логику Перельмана: "Для великих дел необходим незамутнённый разум. Ты должен думать только о математике. Все остальное – людская слабость. Принять награду означает проявить слабость". Отказ Перельмана от Филдсовской медали может показаться кому-то высокомерным, сказал Громов, но его принципы вызывают восхищение. "Идеальный ученый занимается только наукой и не думает больше ни о чём", – сказал он. "Перельман хочет соответствовать этому идеалу. Не думаю, что он в самом деле живет в идеальном мире. Но ему очень этого хочется".

Реакция на статью

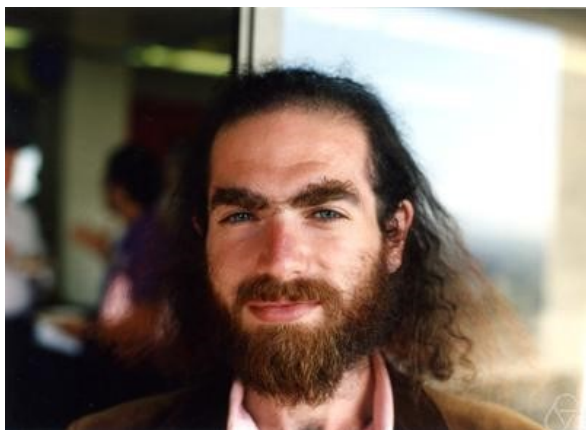
Статья наделала много шума. Реакция Яу не заставила себя ждать. 18 сентября 2006 г. на его личном сайте появилась копия письма, направленного адвокатами Яу авторам статьи. Журналисты обвинялись в преднамеренной клевете на заслуженного математика. В письме присутствовало требование публичных извинений от Нью-Йоркера и изменения спорных утверждений статьи в соответствии с комментариями Яу. Также на сайте появились письма именитых математиков в поддержку Яу с критикой в адрес статьи. Среди авторов писем был и Ричард Гамильтон. В своём письме адвокатам Яу он выразил огорчение тем, как тот представлен в статье и подчеркнул значимость Яу для итогового доказательства. «Хороший и добрый парень» этот Ричард Гамильтон.

Несмотря на угрозу иска, Нью-Йоркер не стал пересматривать статью. Более того, редакция выступила с заявлением, в котором поддержала журналистов. Азиатский математический журнал в итоге признал ошибку и исправил первоначальное название статьи Чжу и Цао таким образом, чтобы она больше не вводила в заблуждение относительно авторства доказательства.

«Храбрость» русских

На статью обратил внимание известный русский математик Владимир Арнольд. Он предложил перепечатать её в московском журнале «Успехи математических наук», в котором был членом редколлегии. Однако главный редактор журнала Сергей Новиков ответил отказом. По мнению Арнольда, отказ был вызван тем, что Новиков опасался мести со стороны Яу, так как тоже работал в США. Что ж, данный факт ещё раз подсветил, кто «танцует» многих грандов нашей науки.

Григорий Перельман



Григорий Перельман родился 13 июня 1966 г. в Ленинграде. Его отец Яков был инженером-электриком, в 1993 г. эмигрировал в Израиль. Мать, Любовь Лейбовна, осталась в Санкт-Петербурге, работала учителем математики в ПТУ. Именно мать, игравшая на скрипке, привила будущему математику любовь к классической музыке.

До 9 класса Перельман учился в средней школе на окраине города, однако, в 5 классе начал заниматься в математическом центре при Дворце пионеров под руководством доцента РГПУ Сергея Рукшина, чьи ученики завоевали множество наград на математических олимпиадах. В 1982 г. в составе команды советских школьников завоевал золотую медаль на Международной математической олимпиаде в Будапеште, получив полный балл за безукоризненное решение всех задач. Перельман окончил 239-ю физико-математическую школу города Ленинграда. Хорошо играл в настольный теннис, посещал музыкальную школу. Золотую медаль не получил только из-за физкультуры, не сдав нормы ГТО.

Был без экзаменов зачислен на математико-механический факультет Ленинградского государственного университета. Побеждал на факультетских, городских и всесоюзных студенческих математических олимпиадах. За успехи в учёбе получал Ленинскую стипендию. Окончив с отличием университет, поступил в аспирантуру при Ленинградском отделении Математического института им. В. А. Стеклова. Его руководителем был академик А. Д. Александров. Защитив в 1990 г.

кандидатскую диссертацию, остался работать в институте старшим научным сотрудником.

В начале девяностых годов Перельман отправился в США, где работал научным сотрудником в разных университетах. Там его внимание привлекла одна из сложнейших и не решенных ещё в то время проблем современной математики – Гипотеза Пуанкаре. Удивлял коллег аскетичностью быта. Любимой едой были молоко, хлеб и сыр. В 1996 г. вернулся в Санкт-Петербург, продолжив работать в институте им. В. А. Стеклова, где в одиночку трудился над решением проблемы Пуанкаре.

Присуждение Григорию Перельману медали Филдса в 2006 г. сопровождалась формулировкой: «За вклад в геометрию и его революционные идеи в изучение геометрической и аналитической структуры потока Риччи». Как уже упоминалось, принять её он отказался. В 2006 г. журнал Science назвал доказательство теоремы Пуанкаре научным прорывом года. Это первая работа по математике, заслужившая такое звание. В 2007 г. британская газета The Daily Telegraph опубликовала список «Сто ныне живущих гениев», в котором Григорий Перельман занял 9-е место.

В декабре 2005 г. Григорий Перельман ушёл с поста ведущего научного сотрудника лаборатории математической физики, уволился из ПОМИ и практически полностью прервал контакты с коллегами. К дальнейшей научной карьере интереса не проявил. В настоящее время живёт в Купчино в одной квартире с матерью, ведёт замкнутый образ жизни, игнорирует прессу.

Вклад ленинградской школы геометрии А.Д.Александрова

Григорий Перельман помимо прочих математических инноваций, позволивших преодолеть трудности, с которыми столкнулись занимавшиеся гипотезой Пуанкаре математики, развил и применил для анализа потоков Риччи сугубо ленинградскую теорию пространств Александрова, своего научного руководителя по аспирантуре и создателя ленинградской школы геометрии.

После одной из своих лекций в Беркли Гамильтон рассказал Перельману об основном препятствии, с которым ему пришлось столкнуться. В процессе сглаживания пространства потоком Риччи некоторые области этого пространства вырождаются в так называемые "сингулярности". Некоторые из этих областей превращаются в "перешейки" – истончённые участки бесконечной плотности. Более сложный тип сингулярностей был назван "сигарами". Гамильтон опасался, что в случае формирования "сигар" геометризация становится невозможной. В тот момент Перельман понял, что написанная им статья, посвящённая пространствам Александрова, может помочь Гамильтону доказать гипотезу Тёрстона, а следовательно, и гипотезу Пуанкаре. "В какой-то момент я спросил Гамильтона, знаком ли он с определённым доказательством сходимости, которое я вывел, но ещё не успел опубликовать, и которое оказалось весьма полезным", рассказывал Перельман. "Позднее я понял, что в тот момент Гамильтон не понял, о чём я говорю". Возможно, именно нестандартный взгляд школы Александрова на геометрию был тем ключиком, который открыл Перельману путь к доказательству.

Школа Александрова развивалась под условным девизом «назад – к Евклиду». Это был некоторый отход от дифференциальной геометрии. Пионерские работы Александрова обогатили геометрию методами функционального анализа и теории меры, развили синтетический подход к дифференциальной геометрии. Возник новый объект исследований – т.н. нерегулярные метрические многообразия, более общие, нежели римановы пространства. Методы Александрова существенно расширили область геометрических исследований и привели в рамках созданной им школы к решению ряда классических проблем теории поверхностей. В частности, был разработан наглядный метод разрезания и склеивания поверхностей, который позволил решить многие экстремальные задачи теории многообразий ограниченной кривизны.

Появился известный класс метрических пространств, обобщающих римановы пространства, в которых осмыслено центральное для римановой геометрии понятие кривизны. Эта область исследований получила название «геометрия Александрова», она по сей день активно развивается.

Сам А.Д.Александров – уникальная личность. Помимо достижений в науке, был мастером спорта по альпинизму.

Последнее восхождение совершил на Тянь-Шане на пик Панфилова 4300 м в год своего семидесятилетия. Как ректор Ленинградского университета принял решение о приёме на работу бывшего заключенного Льва Николаевича Гумилёва.

Отметим, что роль ленинградской школы в решении гипотезы Пуанкаре вообще остаётся за кадром, её в упор не замечают.

Продолжение истории с премиями

В своём отношении к премиям за доказательство гипотезы Пуанкаре Перельман не оригинальничал. Как оказалось, медаль Филдса и премия института Клэя были не единственными проигнорированными им наградами. Десятью годами ранее ещё в 1996 г. он удостоивался премии Европейского математического общества для молодых математиков, но отказался получать её. По-видимому, ощущение, что премии лишают внутренней свободы, живёт где-то глубоко внутри него.

В июне 2010 г. Перельман проигнорировал математическую конференцию в Париже, на которой предполагалось вручение «Премии тысячелетия», а первого июля 2010 г. публично заявил о своём отказе от премии, мотивировав его следующим образом:

«Я отказался. Вы знаете, у меня было очень много причин и в ту, и в другую сторону. Поэтому я так долго решал. Если говорить совсем коротко, то главная причина – это несогласие с организованным математическим сообществом. Мне не нравятся его решения, я считаю их несправедливыми. Я считаю, что вклад в решение этой задачи американского математика Гамильтона ничуть не меньше, чем мой».

В сентябре 2011 г. институт Клэя совместно с парижским институтом Анри Пуанкаре учредили должность для молодых математиков, деньги на оплату которой берутся из присуждённой, но не принятой Григорием Перельманом «Премии тысячелетия».

В 2011 г. Ричарду Гамильтону и Деметриосу Кристодулу присудили премию Шао по математике в размере \$1 000 000. Её иногда называют Нобелевской Премией Востока. Ричард Гамильтон был награждён за создание математического метода, на фундаменте которого построил своё доказательство Григорий Перельман. Гамильтон свою награду принял. Никаких оценок с его стороны действий Яу Шин-Тана так до сих пор и не последовало.

Значение доказательства Перельмана

Начнём с того, что топология важна для математической физики, поскольку позволяет понять свойства пространства и оценить его, не имея возможности взглянуть на его форму со стороны. Так, к примеру, у нас пока нет возможности взглянуть со стороны на нашу Вселенную.

Также, созданный Григорием Перельманом математический аппарат «поток Риччи с хирургией» позволяет математически решить вопрос «кризиса Большого Взрыва» – обосновать, как из сопутствующих начальной сингулярности неравномерностей, которые по мере расширения должны были только нарастать, получилась изотропная и однородная по плотности вещества Вселенная.

Без теоремы Пуанкаре-Перельмана повисает в воздухе и попытка физиков создать общую теорию всего – теория суперструн, предполагающая наличие подпространств. Без доказательства Перельмана было топологически неясно, как происходит переход из нашего мира в эти многочисленные измерения, которых в разных вариантах теории предполагается 10 или 11.

Оказалось, что доказательство Перельмана имеет большое значение, в том числе, для квантовой механики. При реализации квантовых состояний в макромире происходит взаимодействие огромного количества систем, соединённых между собой без разрывов геометрической целостности. Здесь очень важны «мелочи» топологического процесса, которые нельзя объяснить без понимания теоремы Пуанкаре-Перельмана. Особенное значение имеет подход Перельмана к доказательству. Даже, если кто-то и найдёт более простое и изящное доказательство, всё равно для физиков будет важным именно решение с использованием «поток Риччи с хирургией».

Заключение

Несомненно, что Григорий Перельман относится к категории позитивных пассионариев. Он стоит в одном ряду со Львом Николаевичем Гумилёвым, см. заметку [Пассионарии духа и диссиденты](#), Марией Склодовская-Кюри, Покровской Магдалиной Петровной, впервые создавшей и испытавшей на себе живую вакцину против чумы и пр., и пр., и пр. Все они относятся к категории людей, прорубающих окно в новый надбиологичекий Мир – Мир за фазовым барьером, в котором идеальное будет главенствовать над материальным.

Август 2017

□